Листок 1. Подсчёт двумя способами

1 Можно ли в прямоугольной таблице 5×10 (5 строк, 10 столбцов) так расставить числа, чтобы сумма чисел каждой строки равнялась бы 30, а сумма чисел каждого столбца равнялась бы 10?

2 Несколько шестиклассников и семиклассников обменялись рукопожатиями. При этом оказалось, что каждый шестиклассник пожал руку семи семиклассникам, а каждый семиклассник пожал руку шести шестиклассникам. Кого было больше — шестиклассников или семиклассников?

3 В сказочной стране Перра-Терра среди прочих обитателей проживают карабасы и барабасы. Каждый карабас знаком с шестью карабасами и девятью барабасами. Каждый барабас знаком с десятью карабасами и семью барабасами. Кого в этой стране больше — карабасов или барабасов?

4 По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке. Каждые 3 цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трёхзначное число. Найдите сумму всех девяти таких чисел.

5 На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?

6 Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырех углов стопки. Может ли оказаться так, что **а)** в каждом углу стопки сумма равна 2014? **б)** в каждом углу стопки сумма равна 2015?

7 Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Докажите, что они ошибаются.

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 1. Подсчёт двумя способами

1 Можно ли в прямоугольной таблице 5×10 (5 строк, 10 столбцов) так расставить числа, чтобы сумма чисел каждой строки равнялась бы 30, а сумма чисел каждого столбца равнялась бы 10?

2 Несколько шестиклассников и семиклассников обменялись рукопожатиями. При этом оказалось, что каждый шестиклассник пожал руку семи семиклассникам, а каждый семиклассник пожал руку шести шестиклассникам. Кого было больше — шестиклассников или семиклассников?

3 В сказочной стране Перра-Терра среди прочих обитателей проживают карабасы и барабасы. Каждый карабас знаком с шестью карабасами и девятью барабасами. Каждый барабас знаком с десятью карабасами и семью барабасами. Кого в этой стране больше — карабасов или барабасов?

4 По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке. Каждые 3 цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трёхзначное число. Найдите сумму всех девяти таких чисел.

5 На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?

6 Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырех углов стопки. Может ли оказаться так, что **а)** в каждом углу стопки сумма равна 2014? **б)** в каждом углу стопки сумма равна 2015?

7 Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Докажите, что они ошибаются.

Листок 2. Птичка вылетает!

1 В фотоателье залетели 50 птиц — 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него в ателье останутся птицы всех трёх видов?

2 В фотоателье залетели 50 птиц — 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 10 птиц какого-то одного вида?

3 В тех же условиях определите, какое наибольшее число кадров может сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 11 птиц какого-то одного вида и не меньше 10 — какого-то другого.

4 В комоде 8 чёрных, 6 белых и 1 серый носок. Из него не глядя достают носки. Какое наименьшее число носков нужно достать, чтобы среди них заведомо оказалось **а)** два одинаковых? **б)** три одинаковых? **в)** два разных? **г)** три разных?

5 В коробке 10 красных, 15 синих и 20 зелёных шаров. Какое наибольшее число шаров можно не глядя достать из коробки, чтобы в ней осталось не менее 5 шаров какого-то цвета?

6 В шкатулке лежат волшебные шары различных цветов. Если Гендальф взмахнёт своим посохом, то ровно 10 шаров изменят свой цвет, и при этом все шары в шкатулке станут зелёными. Если же взмахнёт своим посохом Саруман, то 14 шаров изменят свой цвет, и при этом все шары в шкатулке станут красными. Однако махнул своей тростью Бильбо Бэггинс, и при этом изменили цвет не более трёх шаров. Могло ли случиться так, что после этого все шары стали синими?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 2. Птичка вылетает!

1 В фотоателье залетели 50 птиц — 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него в ателье останутся птицы всех трёх видов?

2 В фотоателье залетели 50 птиц — 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое наибольшее число кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 10 птиц какого-то одного вида?

3 В тех же условиях определите, какое наибольшее число кадров может сделать фотограф, чтобы быть уверенным: в ателье останется не меньше 11 птиц какого-то одного вида и не меньше 10 — какого-то другого.

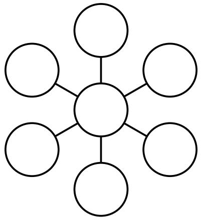
4 В комоде 8 чёрных, 6 белых и 1 серый носок. Из него не глядя достают носки. Какое наименьшее число носков нужно достать, чтобы среди них заведомо оказалось а) два одинаковых? б) три одинаковых? в) два разных? г) три разных?

5 В коробке 10 красных, 15 синих и 20 зелёных шаров. Какое наибольшее число шаров можно не глядя достать из коробки, чтобы в ней осталось не менее 5 шаров какого-то цвета?

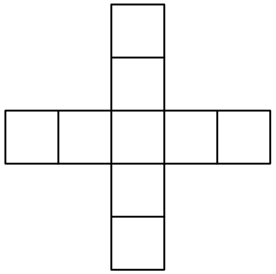
6 В шкатулке лежат волшебные шары различных цветов. Если Гендальф взмахнёт своим посохом, то ровно 10 шаров изменят свой цвет, и при этом все шары в шкатулке станут зелёными. Если же взмахнёт своим посохом Саруман, то 14 шаров изменят свой цвет, и при этом все шары в шкатулке станут красными. Однако махнул своей тростью Бильбо Бэггинс, и при этом изменили цвет не более трёх шаров. Могло ли случиться так, что после этого все шары стали синими?

Листок 3. Числа в кружочках

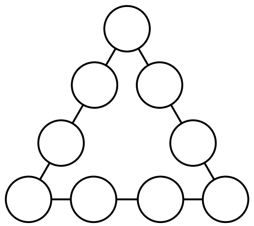
$\boxed{\mathbf{1}}$ Расставьте в снежинке числа от 1 до 7 (каждое ровно один раз) так, чтобы все суммы по три числа на отрезках были одинаковыми.



$\boxed{\mathbf{2}}$ Впишите в клетки цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма цифр в обоих рядах была одинакова:



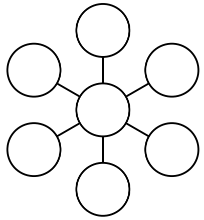
$\boxed{\mathbf{3}}$ Расставьте числа 1, 2, 3, ..., 9 в кружочках так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 17.



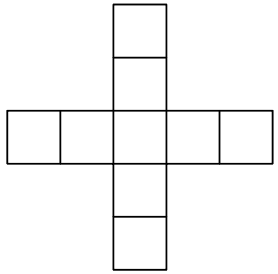
малый мехмат мгу — школе

Листок 3. Числа в кружочках

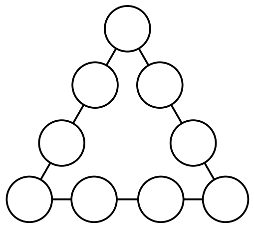
$\boxed{\mathbf{1}}$ Расставьте в снежинке числа от 1 до 7 (каждое ровно один раз) так, чтобы все суммы по три числа на отрезках были одинаковыми.



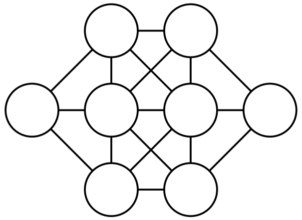
$\boxed{\mathbf{2}}$ Впишите в клетки цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма цифр в обоих рядах была одинакова:



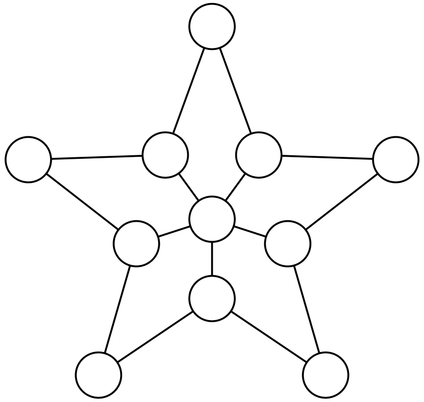
$\boxed{\mathbf{3}}$ Расставьте числа 1, 2, 3, ..., 9 в кружочках так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 17.



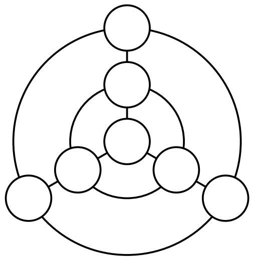
4 Расставьте в кружочках на рисунке числа от 1 до 8 (каждое ровно один раз) так, чтобы ни в каких двух соединённых отрезком кружочках не оказались бы соседние (то есть отличающиеся на 1) числа.



5 Расположите в кружках числа от 1 до 11 так, чтобы сумма четырёх чисел в вершинах каждого луча звезды равнялась 25.

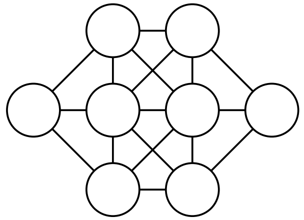


6 Расставьте в кружочках цифры от 1 до 7 так, чтобы их сумма на каждой окружности и на каждой прямой равнялась 12.

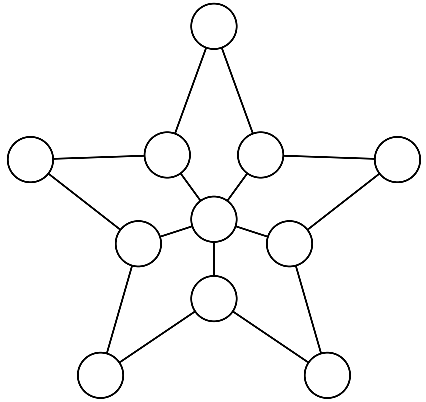


МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

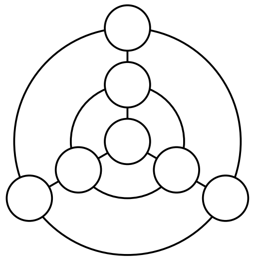
4 Расставьте в кружочках на рисунке числа от 1 до 8 (каждое ровно один раз) так, чтобы ни в каких двух соединённых отрезком кружочках не оказались бы соседние (то есть отличающиеся на 1) числа.



5 Расположите в кружках числа от 1 до 11 так, чтобы сумма четырёх чисел в вершинах каждого луча звезды равнялась 25.



6 Расставьте в кружочках цифры от 1 до 7 так, чтобы их сумма на каждой окружности и на каждой прямой равнялась 12.



Листок 4. Логично мыслить – не порок

$\boxed{\mathbf{1}}$ Зрительный зал в кинотеатре разбит на ряды, в каждом из которых одинаковое число мест. Разбейте утверждения на пары, противоположные по смыслу (то есть, в каждой паре всегда должно быть верно ровно одно из двух утверждений вне зависимости от того, как обстоят дела в кинотеатре):

Во всех рядах все места свободны
Во всех рядах все места заняты
В каждом ряду есть свободное место
В каждом ряду есть занятое место

Есть ряд, в котором все места свободны
Есть ряд, в котором все места заняты
Есть ряд, в котором есть свободное место
Есть ряд, в котором есть занятое место

$\boxed{\mathbf{2}}$ Написать утверждения, противоположные по смыслу данным. Стараться при этом не пользоваться словами «не» и «нет». (**Жирным шрифтом** описывается ситуация, а ниже – утверждения, к которым надо написать отрицания.)

а) В ящике находится сто шаров: красные, зелёные, синие.

- Среди любых 10 шаров по крайней мере 3 зелёные.
- Любой шар зелёный.
- Любые два шара разного цвета.
- Среди любых семи шаров есть два разного цвета.
- Есть два шара разного цвета.

б) Компания людей. Некоторые из них знакомы между собой.

- Есть человек, который знаком со всеми.
- Есть человек, который ни с кем не знаком.
- Среди любых 10 людей из этой компании есть хотя бы один, который знает не меньше 5 из этих десяти.
- У любых двоих из них разное количество денег.

в) Корзина с грибами.

- В корзине есть по крайней мере три ядовитых гриба.
- Не менее половины грибов в корзине – ядовитые.
- В корзине есть хотя бы один ядовитый гриб.

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 4. Логично мыслить – не порок

1 Зрительный зал в кинотеатре разбит на ряды, в каждом из которых одинаковое число мест. Разбейте утверждения на пары, противоположные по смыслу (то есть, в каждой паре всегда должно быть верно ровно одно из двух утверждений вне зависимости от того, как обстоят дела в кинотеатре):

Во всех рядах все места свободны
Во всех рядах все места заняты
В каждом ряду есть свободное место
В каждом ряду есть занятое место

Есть ряд, в котором все места свободны
Есть ряд, в котором все места заняты
Есть ряд, в котором есть свободное место
Есть ряд, в котором есть занятое место

2 Написать утверждения, противоположные по смыслу данным. Стараться при этом не пользоваться словами «не» и «нет». (Жирным шрифтом описывается ситуация, а ниже – утверждения, к которым надо написать отрицания.)

а) В ящике находится сто шаров: красные, зелёные, синие.

- Среди любых 10 шаров по крайней мере 3 зелёные.
- Любой шар зелёный.
- Любые два шара разного цвета.
- Среди любых семи шаров есть два разного цвета.
- Есть два шара разного цвета.

б) Компания людей. Некоторые из них знакомы между собой.

- Есть человек, который знаком со всеми.
- Есть человек, который ни с кем не знаком.
- Среди любых 10 людей из этой компании есть хотя бы один, который знает не меньше 5 из этих десяти.
- У любых двоих из них разное количество денег.

в) Корзина с грибами.

- В корзине есть по крайней мере три ядовитых гриба.
- Не менее половины грибов в корзине – ядовитые.
- В корзине есть хотя бы один ядовитый гриб.

3 **а)** Обязательно ли старейший математик среди шахматистов и старейший шахматист среди математиков – это один и тот же человек?

б) Обязательно ли лучший математик среди шахматистов и лучший шахматист среди математиков – это один и тот же человек?

4 **а)** Означают ли одно и то же высказывания «Некоторые сантехники любят рэп» и «Некоторые любители рэпа – сантехники»?

б) Означают ли одно и то же высказывания «Все сантехники любят рэп» и «Все любители рэпа – сантехники»?

5 Когда учительница ругала Дениса за плохой почерк, он сказал: «У всех великих людей был плохой почерк, значит, я великий человек». Нет ли логической ошибки в его словах?

6 Рассмотрим два высказывания.

А: Некоторым Мишиным одноклассникам 12 лет.

Б: Всем Мишиным одноклассникам 12 лет.

Можно ли, ничего не зная про Мишу, утверждать, что: **а)** если верно А, то верно и Б; **б)** если верно Б, то верно и А?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

3 **а)** Обязательно ли старейший математик среди шахматистов и старейший шахматист среди математиков – это один и тот же человек?

б) Обязательно ли лучший математик среди шахматистов и лучший шахматист среди математиков – это один и тот же человек?

4 **а)** Означают ли одно и то же высказывания «Некоторые сантехники любят рэп» и «Некоторые любители рэпа – сантехники»?

б) Означают ли одно и то же высказывания «Все сантехники любят рэп» и «Все любители рэпа – сантехники»?

5 Когда учительница ругала Дениса за плохой почерк, он сказал: «У всех великих людей был плохой почерк, значит, я великий человек». Нет ли логической ошибки в его словах?

6 Рассмотрим два высказывания.

А: Некоторым Мишиным одноклассникам 12 лет.

Б: Всем Мишиным одноклассникам 12 лет.

Можно ли, ничего не зная про Мишу, утверждать, что: **а)** если верно А, то верно и Б; **б)** если верно Б, то верно и А?

Листок 5. Доказательство от противного

1 Пятеро молодых рабочих получили на всех зарплату – 1500 рублей. Каждый из них хочет купить себе магнитофон ценой 320 рублей. Докажите, что кому-то из них придется подождать с покупкой до следующей зарплаты.

2 21 человек собирали в лесу орехи. Всего они собрали 200 орехов. Доказать, что найдутся два человека, собравшие поровну орехов.

3 Имеется 82 кубика. Доказать, что среди них найдётся либо 10 кубиков разных цветов, либо 10 одноцветных кубиков.

4 Взяли несколько одинаковых правильных треугольников и в углах каждого из них написали числа 1, 2 и 3. Затем их сложили в стопку. Могло ли оказаться, что сумма чисел, стоящих в каждом углу, равна 55?

5 Докажите, что не существует такого числа, которое при делении на 21 даёт остаток 1, а при делении на 14 даёт остаток 3.

6 Существуют ли такие двузначные числа $\overline{ab}$ и $\overline{cd}$, что $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{abcd}$?

7 В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один – 10 партий, три – по 8 партий и два – по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 5. Доказательство от противного

1 Пятеро молодых рабочих получили на всех зарплату – 1500 рублей. Каждый из них хочет купить себе магнитофон ценой 320 рублей. Докажите, что кому-то из них придется подождать с покупкой до следующей зарплаты.

2 21 человек собирали в лесу орехи. Всего они собрали 200 орехов. Доказать, что найдутся два человека, собравшие поровну орехов.

3 Имеется 82 кубика. Доказать, что среди них найдётся либо 10 кубиков разных цветов, либо 10 одноцветных кубиков.

4 Взяли несколько одинаковых правильных треугольников и в углах каждого из них написали числа 1, 2 и 3. Затем их сложили в стопку. Могло ли оказаться, что сумма чисел, стоящих в каждом углу, равна 55?

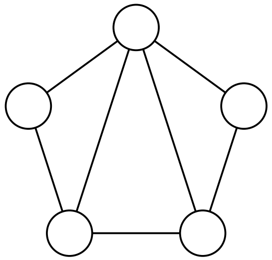
5 Докажите, что не существует такого числа, которое при делении на 21 даёт остаток 1, а при делении на 14 даёт остаток 3.

6 Существуют ли такие двузначные числа $\overline{ab}$ и $\overline{cd}$, что $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{abcd}$?

7 В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один – 10 партий, три – по 8 партий и два – по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

Листок 6. Степени двойки

1 В старом английском саду в пруду растёт кувшинка. Каждую ночь она увеличивается ровно вдвое. Через 100 ночей она заполнила весь пруд.
а) За сколько ночей кувшинка заполнила половину пруда?
б) Если бы кувшинок было 4, а не одна, за сколько ночей они бы заполнили пруд?



2 Впишите в пять кружков на рисунке натуральные числа так, чтобы выполнялись два условия: 1) если два кружка соединены линией, то стоящие в них числа должны отличаться ровно в два или ровно в четыре раза; 2) если два кружка не соединены линией, то отношение стоящих в них чисел не должно быть равно ни 2, ни 4.

3 Расставьте в клетках таблицы 3×3 числа 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 и 512 так, чтобы произведения по всем вертикалям, горизонталям и обеим большим диагоналям были равны.

4 У нескольких крестьян есть 128 овец. Если у кого-то из них оказывается не менее половины всех овец, остальные сговариваются и раскулачивают его: каждый берёт себе столько овец, сколько у него уже есть. Если у двоих по 64 овцы, то раскулачивают кого-то одного из них. Произошло 7 раскулачиваний. Докажите, что все овцы собрались у одного крестьянина.

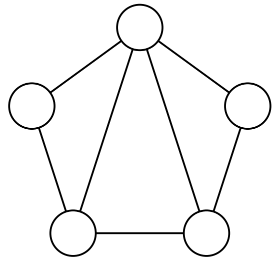
5 Первоклассник учится чистописанию по следующей системе: в день начала обучения он написал одну букву, а в каждый следующий день он пишет вдвое больше букв, чем писал в предыдущий день. Что больше и на сколько: число букв, которое он напишет завтра, или общее число букв, которое написал до сегодняшнего дня включительно?

6 Малыши играют в «магазин». Они нарисовали всего шесть купюр, каждая достоинством в некоторое целое число рублей. Оказалось, что с помощью этого набора купюр можно заплатить без сдачи любую сумму от 1 до 63 рублей. Как им это удалось?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 6. Степени двойки

1 В старом английском саду в пруду растёт кувшинка. Каждую ночь она увеличивается ровно вдвое. Через 100 ночей она заполнила весь пруд.
а) За сколько ночей кувшинка заполнила половину пруда?
б) Если бы кувшинок было 4, а не одна, за сколько ночей они бы заполнили пруд?



2 Впишите в пять кружков на рисунке натуральные числа так, чтобы выполнялись два условия: 1) если два кружка соединены линией, то стоящие в них числа должны отличаться ровно в два или ровно в четыре раза; 2) если два кружка не соединены линией, то отношение стоящих в них чисел не должно быть равно ни 2, ни 4.

3 Расставьте в клетках таблицы 3×3 числа 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 и 512 так, чтобы произведения по всем вертикалям, горизонталям и обеим большим диагоналям были равны.

4 У нескольких крестьян есть 128 овец. Если у кого-то из них оказывается не менее половины всех овец, остальные сговариваются и раскулачивают его: каждый берёт себе столько овец, сколько у него уже есть. Если у двоих по 64 овцы, то раскулачивают кого-то одного из них. Произошло 7 раскулачиваний. Докажите, что все овцы собрались у одного крестьянина.

5 Первоклассник учится чистописанию по следующей системе: в день начала обучения он написал одну букву, а в каждый следующий день он пишет вдвое больше букв, чем писал в предыдущий день. Что больше и на сколько: число букв, которое он напишет завтра, или общее число букв, которое написал до сегодняшнего дня включительно?

6 Малыши играют в «магазин». Они нарисовали всего шесть купюр, каждая достоинством в некоторое целое число рублей. Оказалось, что с помощью этого набора купюр можно заплатить без сдачи любую сумму от 1 до 63 рублей. Как им это удалось?

Листок 7. Оценка+пример

1 Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата 8×8?

2 Какое максимальное число **а)** ладей; **б)** слонов можно разместить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

3 8 кузнецов должны подковать 10 лошадей. Каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут. Какое наименьшее время они должны потратить на работу? (Учтите: лошадь не может стоять на двух ногах!)

4 В пруд пустили 30 щук, которые стали кушать друг друга. Щука считается сытой, если она съела хотя бы трёх щук. Какое наибольшее количество щук могло насытиться, если съеденные сытые щуки при подсчёте тоже учитываются?

5 Какое наименьшее число клеточек на доске 8×8 можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы была хотя бы одна закрашенная клетка: **а)** в любом квадратике 2×2; **б)** в любом уголке из трёх клеточек?

6 Двоим людям нужно добраться из деревни Ромашково в деревню Красново. Расстояние между деревнями 30 км. Каждый из них может идти со скоростью 5 км/ч, а также у них есть одноместный велосипед, который может ехать со скоростью 15 км/ч. За какое наименьшее время они оба смогут оказаться в Красново? Бежать никому нельзя.

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 7. Оценка+пример

1 Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата 8×8?

2 Какое максимальное число **а)** ладей; **б)** слонов можно разместить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

3 8 кузнецов должны подковать 10 лошадей. Каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут. Какое наименьшее время они должны потратить на работу? (Учтите: лошадь не может стоять на двух ногах!)

4 В пруд пустили 30 щук, которые стали кушать друг друга. Щука считается сытой, если она съела хотя бы трёх щук. Какое наибольшее количество щук могло насытиться, если съеденные сытые щуки при подсчёте тоже учитываются?

5 Какое наименьшее число клеточек на доске 8×8 можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы была хотя бы одна закрашенная клетка: **а)** в любом квадратике 2×2; **б)** в любом уголке из трёх клеточек?

6 Двоим людям нужно добраться из деревни Ромашково в деревню Красново. Расстояние между деревнями 30 км. Каждый из них может идти со скоростью 5 км/ч, а также у них есть одноместный велосипед, который может ехать со скоростью 15 км/ч. За какое наименьшее время они оба смогут оказаться в Красново? Бежать никому нельзя.

Листок 8. Взвешивания

$\boxed{\mathbf{1}}$ Среди **а)** 8; **б)** 32; **в)** 42 камней есть один радиоактивный. Счётчиком Гейгера для любой кучки камней можно проверить, есть ли среди них радиоактивный. За какое наименьшее количество проверок можно найти радиоактивный камень?

$\boxed{\mathbf{2}}$ Имеется **а)** 3; **б)** 27; **в)** 50 внешне одинаковых монет, из которых одна — фальшивая. Настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая легче. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно выявить фальшивую монету? *Чашечные весы* позволяют установить, какая из двух кучек монет тяжелее, или что их веса равны.

В задачах 1 и 2 требуется не только указать последовательность взвешиваний (проверок), но и *доказать,* что меньшим их количеством обойтись нельзя.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Из девяти внешне одинаковых монет 7 весят по 2 грамма, одна — 1 грамм, и ещё одна — 4 грамма. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь выявить четырёхграммовую монету?

$\boxed{\mathbf{4}}$ Имеется 50 мешков, в каждом по 1000 монет. В 49 мешках монеты настоящие, а в одном — фальшивые. Известно, что настоящая монета весит 10 г, а фальшивая — 9 г. Одним взвешиванием на электронных весах определите, в каком мешке фальшивые монеты. *Электронные весы* позволяют определить вес произвольного набора монет.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Паша загадал натуральное число a от 1 до 8. Витя может назвать любое число x, и Паша ответит, верно ли, что x делится на a. Помогите Вите угадать a, задав три таких вопроса.

$\boxed{\mathbf{6}}$ Имеется одна заведомо настоящая монета и 5 подозрительных, среди которых одна фальшивая, отличающаяся по весу от настоящих (при этом неизвестно, тяжелее она или легче). Внешне подозрительные монеты неразличимы. **а)** Как найти фальшивую монету за два взвешивания на чашечных весах без гирь? **б)** Можно ли это сделать, если подозрительных монет не 5, а 6?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 8. Взвешивания

$\boxed{\mathbf{1}}$ Среди **а)** 8; **б)** 32; **в)** 42 камней есть один радиоактивный. Счётчиком Гейгера для любой кучки камней можно проверить, есть ли среди них радиоактивный. За какое наименьшее количество проверок можно найти радиоактивный камень?

$\boxed{\mathbf{2}}$ Имеется **а)** 3; **б)** 27; **в)** 50 внешне одинаковых монет, из которых одна — фальшивая. Настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая легче. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно выявить фальшивую монету? *Чашечные весы* позволяют установить, какая из двух кучек монет тяжелее, или что их веса равны.

В задачах 1 и 2 требуется не только указать последовательность взвешиваний (проверок), но и *доказать,* что меньшим их количеством обойтись нельзя.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Из девяти внешне одинаковых монет 7 весят по 2 грамма, одна — 1 грамм, и ещё одна — 4 грамма. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь выявить четырёхграммовую монету?

$\boxed{\mathbf{4}}$ Имеется 50 мешков, в каждом по 1000 монет. В 49 мешках монеты настоящие, а в одном — фальшивые. Известно, что настоящая монета весит 10 г, а фальшивая — 9 г. Одним взвешиванием на электронных весах определите, в каком мешке фальшивые монеты. *Электронные весы* позволяют определить вес произвольного набора монет.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Паша загадал натуральное число a от 1 до 8. Витя может назвать любое число x, и Паша ответит, верно ли, что x делится на a. Помогите Вите угадать a, задав три таких вопроса.

$\boxed{\mathbf{6}}$ Имеется одна заведомо настоящая монета и 5 подозрительных, среди которых одна фальшивая, отличающаяся по весу от настоящих (при этом неизвестно, тяжелее она или легче). Внешне подозрительные монеты неразличимы. **а)** Как найти фальшивую монету за два взвешивания на чашечных весах без гирь? **б)** Можно ли это сделать, если подозрительных монет не 5, а 6?

Листок 9. Intermezzo

1 Придумайте 10 различных натуральных чисел, сумма которых делится на каждое из них.

2 Существует ли самопересекающаяся **а)** пятизвенная; **б)** десятизвенная; **в)** 1000-звенная замкнутая ломаная, каждое звено которой пересекается ровно с двумя другими (причём не в вершине)?

3 Король хочет построить 6 крепостей и соединить их прямолинейными дорогами так, чтобы каждая дорога соединяла ровно две крепости, из каждой крепости выходило ровно четыре дороги, никакие три крепости не стояли на одной прямой и никакие две дороги не пересекались. Возможно ли это?

4 В некоторой стране 10 городов, каждый соединён авиалиниями ровно с 3 другими городами, и из каждого города в любой другой можно долететь, совершив не более одной пересадки. Нарисуйте схему авиалиний этой страны.

5 Летела стая гусей. На каждом озере садилась половина гусей и еще полгуся. Остальные летели дальше. Все гуси сели на 10 озёрах. Сколько всего гусей было в стае?

6 Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие — втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 648 метров. Сколько простых и сколько творческих людей «отрастили» волку хвост?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 9. Intermezzo

1 Придумайте 10 различных натуральных чисел, сумма которых делится на каждое из них.

2 Существует ли самопересекающаяся а) пятизвенная; б) десятизвенная; в) 1000-звенная замкнутая ломаная, каждое звено которой пересекается ровно с двумя другими (причём не в вершине)?

3 Король хочет построить 6 крепостей и соединить их прямолинейными дорогами так, чтобы каждая дорога соединяла ровно две крепости, из каждой крепости выходило ровно четыре дороги, никакие три крепости не стояли на одной прямой и никакие две дороги не пересекались. Возможно ли это?

4 В некоторой стране 10 городов, каждый соединён авиалиниями ровно с 3 другими городами, и из каждого города в любой другой можно долететь, совершив не более одной пересадки. Нарисуйте схему авиалиний этой страны.

5 Летела стая гусей. На каждом озере садилась половина гусей и еще полгуся. Остальные летели дальше. Все гуси сели на 10 озёрах. Сколько всего гусей было в стае?

6 Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие — втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 648 метров. Сколько простых и сколько творческих людей «отрастили» волку хвост?

Листок 10. Знание — сила!

1 Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. (Также Илья знает, что монет всего 6, по 3 каждого металла, и что каждому досталось по две монеты.) Требуется задать Илье Муромцу один вопрос, предполагающий ответ „да“ или „нет“, и по ответу на этот вопрос выяснить, какие монеты ему достались.

2 Несколько детей вернулись с прогулки, и папа сказал, что у некоторых (хотя бы у одного) из них лица перепачканы грязью. Каждый ребёнок видит лица других детей, но не свое собственное. Папа спрашивает, знает ли кто-нибудь из детей, что он сам чумазый. Дети отвечают „нет“. Потом папа задает тот же вопрос еще раз, потом еще раз... Поймет ли кто-то из детей, что он сам чумазый?

3 Король позвал к себе трёх мудрецов и посадил их так, чтобы они видели друг друга, но не себя. После этого он показал им 3 красных и 2 белых колпака и сказал, что наденет на каждого один из этих колпаков. Сделав это (и спрятав оставшиеся два колпака), король спросил по очереди у каждого из мудрецов, знает ли он цвет колпака, который на него надет. Первый и второй мудрец ответили „нет“, а третий сказал, что знает. Какого цвета колпак король надел на третьего мудреца?

4 Каждому из двух гениальных математиков сообщили по натуральному числу, причем им известно, что эти числа отличаются на единицу. Они поочередно спрашивают друг друга: „Известно ли тебе моё число?“ Докажите, что рано или поздно кто-то из них ответит „да“. Сколько вопросов они зададут друг другу? (Математики предполагаются правдивыми, бессмертными, и, разумеется, гениальными).

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 10. Знание — сила!

1 Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. (Также Илья знает, что монет всего 6, по 3 каждого металла, и что каждому досталось по две монеты.) Требуется задать Илье Муромцу один вопрос, предполагающий ответ „да“ или „нет“, и по ответу на этот вопрос выяснить, какие монеты ему достались.

2 Несколько детей вернулись с прогулки, и папа сказал, что у некоторых (хотя бы у одного) из них лица перепачканы грязью. Каждый ребёнок видит лица других детей, но не свое собственное. Папа спрашивает, знает ли кто-нибудь из детей, что он сам чумазый. Дети отвечают „нет“. Потом папа задает тот же вопрос еще раз, потом еще раз... Поймет ли кто-то из детей, что он сам чумазый?

3 Король позвал к себе трёх мудрецов и посадил их так, чтобы они видели друг друга, но не себя. После этого он показал им 3 красных и 2 белых колпака и сказал, что наденет на каждого один из этих колпаков. Сделав это (и спрятав оставшиеся два колпака), король спросил по очереди у каждого из мудрецов, знает ли он цвет колпака, который на него надет. Первый и второй мудрец ответили „нет“, а третий сказал, что знает. Какого цвета колпак король надел на третьего мудреца?

4 Каждому из двух гениальных математиков сообщили по натуральному числу, причем им известно, что эти числа отличаются на единицу. Они поочередно спрашивают друг друга: „Известно ли тебе моё число?“ Докажите, что рано или поздно кто-то из них ответит „да“. Сколько вопросов они зададут друг другу? (Математики предполагаются правдивыми, бессмертными, и, разумеется, гениальными).

5 Встречаются два приятеля — математика:

— Ну как дела, как живешь?
— Все хорошо, растут два сына дошкольника.
— Сколько им лет?
— Произведение их возрастов равно количеству голубей возле этой скамейки.
— Этой информации мне недостаточно.
— Старший похож на мать.
— Теперь я знаю ответ на твой вопрос.

Сколько лет сыновьям?

6 При дворе короля Правдоруба все издревле говорили только правду и доверяли друг другу... но однажды король пригласил к себе трёх своих придворных мудрецов и объявил им: „Среди вас хотя бы один — лжец!“ Мудрецы задумались: кто же среди них предатель? Кто нарушил древний обычай?.. Король спросил первого мудреца: „Знаешь ли ты, кто из вас лжецы, а кто говорит правду?“ Первый мудрец ответил: „Не знаю“. Король задал тот же вопрос второму мудрецу. Тот ответил: „Знаю“. Наконец, третьего мудреца король спросил: „Сможешь ли ты назвать хотя бы одного лжеца?“ На это третий мудрец ответил: „Да, смогу“. А кто на самом деле лжец?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

5 Встречаются два приятеля — математика:

— Ну как дела, как живешь?
— Все хорошо, растут два сына дошкольника.
— Сколько им лет?
— Произведение их возрастов равно количеству голубей возле этой скамейки.
— Этой информации мне недостаточно.
— Старший похож на мать.
— Теперь я знаю ответ на твой вопрос.

Сколько лет сыновьям?

6 При дворе короля Правдоруба все издревле говорили только правду и доверяли друг другу... но однажды король пригласил к себе трёх своих придворных мудрецов и объявил им: „Среди вас хотя бы один — лжец!“ Мудрецы задумались: кто же среди них предатель? Кто нарушил древний обычай?.. Король спросил первого мудреца: „Знаешь ли ты, кто из вас лжецы, а кто говорит правду?“ Первый мудрец ответил: „Не знаю“. Король задал тот же вопрос второму мудрецу. Тот ответил: „Знаю“. Наконец, третьего мудреца король спросил: „Сможешь ли ты назвать хотя бы одного лжеца?“ На это третий мудрец ответил: „Да, смогу“. А кто на самом деле лжец?

Листок 11. Построения на клетчатой бумаге

На этом занятии для решения задач можно использовать только карандаш/ручку и бумагу в клеточку. Пользоваться линейкой, транспортиром и другими измерительными приборами нельзя.

Заглавными буквами $A, B, C, \ldots$ во всех задачах обозначены **узлы клетчатой бумаги.** Сторону одной клетки принимаем за 1.

1 **а)** На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток, и отмечена точка C. Постройте отрезок, равный AB, один конец которого в точке C, а другой конец в узле сетки. **б)** Постройте как можно больше таких отрезков. Сколько их получилось?

2 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток. Постройте как можно больше треугольников ABC, для которых $AB = BC$.

3 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток, и отмечена точка C. Проведите через эту точку прямую, параллельную AB.

4 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток. Отметьте точку C так, чтобы угол ABC был прямым.

5 Незнайка нарисовал на клетчатой бумаге квадрат $ABCD$ с вершинами в узлах сетки, стороны которого не проходят по сторонам клеток, а потом всё стёр, оставив только точки A и B. Восстановите рисунок Незнайки. Сколько решений имеет задача?

6 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток. Постройте угол ABC, равный половине прямого угла.

7 Вершины треугольника лежат в узлах клеток. Как найти площадь треугольника, если это: **а)** прямоугольный треугольник, две стороны которого проходят по сторонам клеток; **б)** треугольник, одна сторона которого проходит по сторонам клеток; **в)** произвольный треугольник?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 11. Построения на клетчатой бумаге

На этом занятии для решения задач можно использовать только карандаш/ручку и бумагу в клеточку. Пользоваться линейкой, транспортиром и другими измерительными приборами нельзя.

Заглавными буквами $A, B, C, \ldots$ во всех задачах обозначены **узлы клетчатой бумаги.** Сторону одной клетки принимаем за 1.

1 **а)** На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток, и отмечена точка C. Постройте отрезок, равный AB, один конец которого в точке C, а другой конец в узле сетки. **б)** Постройте как можно больше таких отрезков. Сколько их получилось?

2 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток. Постройте как можно больше треугольников ABC, для которых $AB = BC$.

3 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток, и отмечена точка C. Проведите через эту точку прямую, параллельную AB.

4 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток. Отметьте точку C так, чтобы угол ABC был прямым.

5 Незнайка нарисовал на клетчатой бумаге квадрат $ABCD$ с вершинами в узлах сетки, стороны которого не проходят по сторонам клеток, а потом всё стёр, оставив только точки A и B. Восстановите рисунок Незнайки. Сколько решений имеет задача?

6 На клетчатой бумаге проведён отрезок AB, не проходящий по сторонам клеток. Постройте угол ABC, равный половине прямого угла.

7 Вершины треугольника лежат в узлах клеток. Как найти площадь треугольника, если это: **а)** прямоугольный треугольник, две стороны которого проходят по сторонам клеток; **б)** треугольник, одна сторона которого проходит по сторонам клеток; **в)** произвольный треугольник?

Листок 12. Шахматная раскраска

1 Два коня, белый и чёрный, играют друг с другом на шахматной доске. Выигрывает тот, кто съест противника. В начале игры белый конь стоит на поле a1, а чёрный — на поле b1. Первым ходит белый конь. Докажите, что чёрный конь не сможет выиграть, даже если белый будет ему поддаваться.

2 Из шахматной доски вырезали две угловые клетки на диагонали. Можно ли оставшуюся часть доски покрыть доминошками из двух клеток?

3 На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекатывая её по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но **а)** рубашкой вверх; **б)** рубашкой вниз и вверх ногами?

4 В каждой клетке доски 5×5 клеток сидит жук. В некоторый момент все жуки переползают на соседние (по горизонтали или вертикали) клетки. Обязательно ли при этом останется пустая клетка?

5 На каждой клетке доски размером 9×9 сидит жук. По свистку каждый из жуков переползает в одну из соседних по диагонали клеток. При этом в некоторых клетках может оказаться больше одного жука, а некоторые клетки окажутся незанятыми. Докажите, что при этом незанятых клеток будет не меньше девяти.

6 Пространственный лабиринт состоит из 27 кубических комнат, расположенных в виде куба $3 \times 3 \times 3$. Из любой комнаты можно перейти в любую соседнюю (через любую стену, пол или потолок). Исследователь лабиринта находится в центральной комнате. Он хочет обойти лабиринт, побывав в каждой комнате ровно по одному разу. Удастся ли ему это?

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 12. Шахматная раскраска

1 Два коня, белый и чёрный, играют друг с другом на шахматной доске. Выигрывает тот, кто съест противника. В начале игры белый конь стоит на поле a1, а чёрный — на поле b1. Первым ходит белый конь. Докажите, что чёрный конь не сможет выиграть, даже если белый будет ему поддаваться.

2 Из шахматной доски вырезали две угловые клетки на диагонали. Можно ли оставшуюся часть доски покрыть доминошками из двух клеток?

3 На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекатывая её по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но а) рубашкой вверх; б) рубашкой вниз и вверх ногами?

4 В каждой клетке доски 5×5 клеток сидит жук. В некоторый момент все жуки переползают на соседние (по горизонтали или вертикали) клетки. Обязательно ли при этом останется пустая клетка?

5 На каждой клетке доски размером 9×9 сидит жук. По свистку каждый из жуков переползает в одну из соседних по диагонали клеток. При этом в некоторых клетках может оказаться больше одного жука, а некоторые клетки окажутся незанятыми. Докажите, что при этом незанятых клеток будет не меньше девяти.

6 Пространственный лабиринт состоит из 27 кубических комнат, расположенных в виде куба $3 \times 3 \times 3$. Из любой комнаты можно перейти в любую соседнюю (через любую стену, пол или потолок). Исследователь лабиринта находится в центральной комнате. Он хочет обойти лабиринт, побывав в каждой комнате ровно по одному разу. Удастся ли ему это?

Листок 13. Ещё о клетчатых досках

1 Играют в «Морской бой» на поле 10×10. Известно, что на нём как-то расположен один четырёхпалубный корабль. Какое наименьшее количество выстрелов необходимо произвести, чтобы наверняка его задеть?

2 Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 можно вырезать из квадрата 10×10? (Разрезы проводятся про сторонам клеток.)

3 На бесконечной клетчатой бумаге отметили 400 клеток. Докажите, что из них можно выбрать 100 клеток так, чтобы они не имели между собой общих точек.

4 На шахматной доске 8×8 двое сыграли в «Морской бой» не по правилам: один расставил 21 трёхпалубный корабль, а второй выстрелил один раз и не попал. Куда он мог выстрелить? (Укажите все возможные варианты.)

5 Докажите, что шахматную доску нельзя замостить пятнадцатью фигурками 1×4 и одним уголком из четырёх клеток.

6 В какое наибольшее число цветов можно раскрасить шахматную доску 8×8 так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками своего цвета? (Каждая клетка закрашивается целиком в один цвет.)

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 13. Ещё о клетчатых досках

1 Играют в «Морской бой» на поле 10×10. Известно, что на нём как-то расположен один четырёхпалубный корабль. Какое наименьшее количество выстрелов необходимо произвести, чтобы наверняка его задеть?

2 Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 можно вырезать из квадрата 10×10? (Разрезы проводятся про сторонам клеток.)

3 На бесконечной клетчатой бумаге отметили 400 клеток. Докажите, что из них можно выбрать 100 клеток так, чтобы они не имели между собой общих точек.

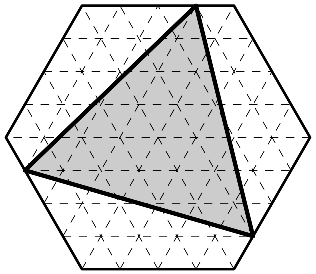
4 На шахматной доске 8×8 двое сыграли в «Морской бой» не по правилам: один расставил 21 трёхпалубный корабль, а второй выстрелил один раз и не попал. Куда он мог выстрелить? (Укажите все возможные варианты.)

5 Докажите, что шахматную доску нельзя замостить пятнадцатью фигурками 1×4 и одним уголком из четырёх клеток.

6 В какое наибольшее число цветов можно раскрасить шахматную доску 8×8 так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками своего цвета? (Каждая клетка закрашивается целиком в один цвет.)

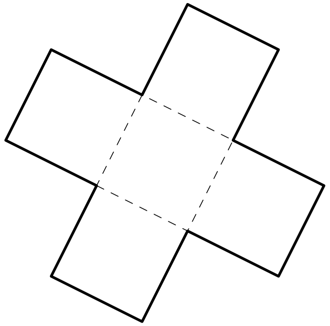
Листок 14. Треугольнички и квадратики

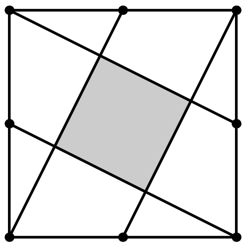
$\boxed{\mathbf{1}}$ В правильный шестиугольник площади 96 вписан треугольник так, как показано на рисунке. Найдите площадь треугольника.



$\boxed{\mathbf{2}}$ **а)** Разрежьте фигуру на рисунке слева на 5 частей (не обязательно по пунктирным линиям) и сложите из них квадрат.

б) Середины сторон квадрата соединены с его вершинами так, как показано на рисунке справа. Найдите площадь заштрихованной части, если площадь исходного квадрата равна S.





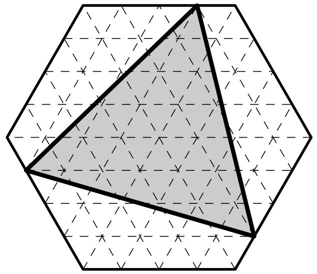
$\boxed{\mathbf{3}}$ **а)** Разрежьте фигуру на рисунке слева на 4 части (не обязательно по пунктирным линиям) и сложите из них равносторонний треугольник.

б) Каждая сторона равностороннего треугольника разделена на три равные части, и некоторые из точек деления соединены с противоположными вершинами треугольника так, как показано на рисунке справа. Найдите площадь заштрихованной части, если площадь исходного треугольника равна S.

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

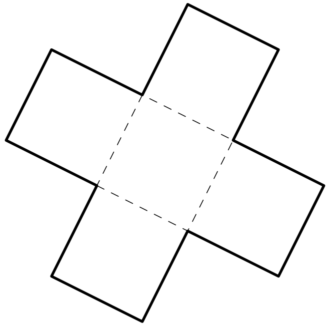
Листок 14. Треугольнички и квадратики

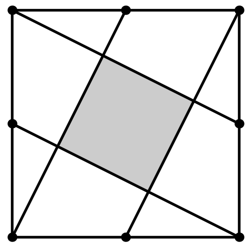
$\boxed{\mathbf{1}}$ В правильный шестиугольник площади 96 вписан треугольник так, как показано на рисунке. Найдите площадь треугольника.



$\boxed{\mathbf{2}}$ **а)** Разрежьте фигуру на рисунке слева на 5 частей (не обязательно по пунктирным линиям) и сложите из них квадрат.

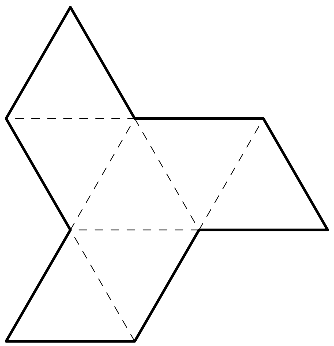
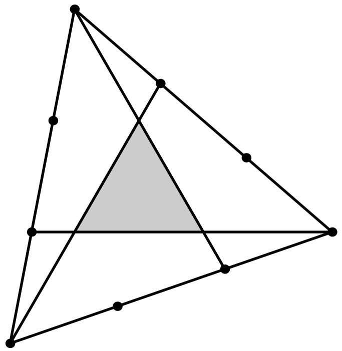
б) Середины сторон квадрата соединены с его вершинами так, как показано на рисунке справа. Найдите площадь заштрихованной части, если площадь исходного квадрата равна S.

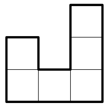




$\boxed{\mathbf{3}}$ **а)** Разрежьте фигуру на рисунке слева на 4 части (не обязательно по пунктирным линиям) и сложите из них равносторонний треугольник.

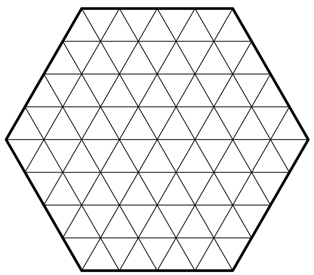
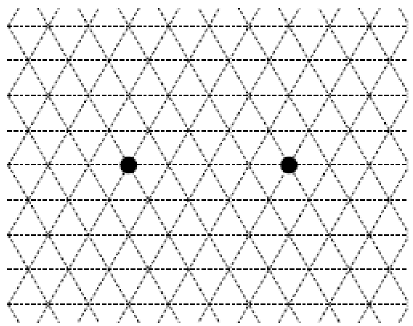
б) Каждая сторона равностороннего треугольника разделена на три равные части, и некоторые из точек деления соединены с противоположными вершинами треугольника так, как показано на рисунке справа. Найдите площадь заштрихованной части, если площадь исходного треугольника равна S.

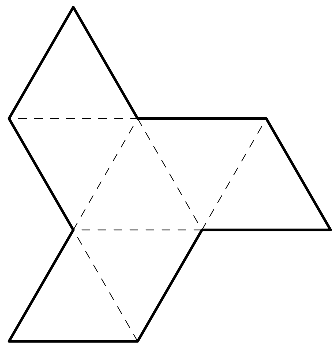
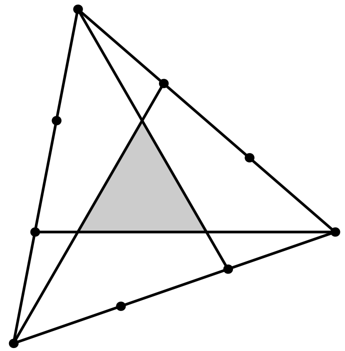
4 Можно ли сложить квадрат из фигурок  ?

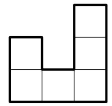
5 Закрасьте некоторые треугольные клетки на рисунке слева чёрным цветом так, чтобы у каждой белой (незакрашенной) клетки было ровно две чёрные соседки (по стороне), а у каждой чёрной клетки — ровно две белые соседки.

6 Коля и Макс живут в городе с треугольной сеткой дорог (см. рисунок справа). В этом городе передвигаются на велосипедах, при этом разрешается поворачивать только налево. Коля поехал в гости к Максу и по дороге сделал ровно 4 поворота налево. На следующий день Макс поехал к Коле и приехал к нему, совершив только один поворот налево. Оказалось, что длины их маршрутов одинаковы. Изобразите, каким образом они могли ехать (дома Коли и Макса отмечены).

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

4 Можно ли сложить квадрат из фигурок  ?

5 Закрасьте некоторые треугольные клетки на рисунке слева чёрным цветом так, чтобы у каждой белой (незакрашенной) клетки было ровно две чёрные соседки (по стороне), а у каждой чёрной клетки — ровно две белые соседки.

6 Коля и Макс живут в городе с треугольной сеткой дорог (см. рисунок справа). В этом городе передвигаются на велосипедах, при этом разрешается поворачивать только налево. Коля поехал в гости к Максу и по дороге сделал ровно 4 поворота налево. На следующий день Макс поехал к Коле и приехал к нему, совершив только один поворот налево. Оказалось, что длины их маршрутов одинаковы. Изобразите, каким образом они могли ехать (дома Коли и Макса отмечены).